

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ И
МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

УТВЕРЖДАЮ:

проректор по научно-методической
и учебной работе

 Е.И. Скафа

«21» апреля 2021 г.

МП



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Направление подготовки:	<u>01.03.01 Математика</u>
Профиль подготовки:	
Образовательная программа:	<u>Бакалавриат</u>
Квалификация:	<u>Академический бакалавриат</u>
Форма обучения:	<u>очная</u>

Донецк 2021

УТВЕРЖДАЮ:

Декан факультета математики
и информационных технологий

И. А. Моисеенко



подпись
«20» апреля 2021 г.

Рабочая программа учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия» составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018г. № 9; Государственного образовательного стандарта высшего образования (ГОС ВО) Донецкой Народной Республики (ДНР) (проекта) по направлению подготовки 01.03.01 Математика; Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики от 10.11.2017 г. № 1171 (с изменениями и дополнениями); учебного плана и основной профессиональной образовательной программы высшего образования направления подготовки 01.03.01 Математика, разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчики:

профессор кафедры высшей математики и методики
преподавания математики, д. ф.-м. н., доцент
доцент кафедры высшей математики и методики
преподавания математики,
канд. ф.-м. наук, доцент

А. В. Мазнев

Н.В. Коваленко

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры высшей математики и методики преподавания математики

Протокол № 12 от « 14 » апреля 2021 г.

Заведующий кафедрой

Е. И. Скафа

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий

Протокол № 4 от « 14 » апреля 2021 г.

Председатель учебно-методической комиссии
факультета математики и информационных технологий

Л.И. Селякова

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Учебная дисциплина «Дифференциальная геометрия» относится к базовой части образовательной программы. Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания и умения, формируемые *предшествующей дисциплиной* – «Математический анализ» «Дифференциальные уравнения» и «Аналитическая геометрия». Знания и умения, полученные в ходе изучения дисциплины «Дифференциальная геометрия» являются основой для изучения *последующих* дисциплин: Теоретическая механика; Основы математического моделирования и Топология.

2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

<i>Характеристика учебной дисциплины</i>		
Направление подготовки	01.03.01 Математика	
Профиль	Математика	
Образовательная программа	Бакалавриат	
Квалификация	Академический бакалавр	
Количество содержательных модулей	4	
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	Базовой части	
Формы контроля (МК, экзамен, зачет)	2 модульный контроль, 1 экзамен	
Показатели	очная форма обучения	заочная форма обучения
Год подготовки	2	
Семестр	3	
Количество зачетных единиц (кредитов)	4	
Количество часов всего	144	
в т.ч.:		
- лекционных	36	
- практических или семинарских	36	
- лабораторных		
- самостоятельной работы	72	
в т.ч. индивидуальное задание		
Недельное количество часов,	8	
в т.ч.: - аудиторных	4	
- самостоятельной работы студента	4	

3. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель изучения дисциплины «Дифференциальная геометрия»: изучение методов исследования локальных свойств кривых и поверхностей, классификация кривых и поверхностей на основе инвариантов, изучение метрики в евклидовой и римановой геометрии.

Задачи: освоение аппарата дифференциальной геометрии и развитие математической культуры будущего учителя математики и математика-исследователя.

Требования к результатам освоения дисциплины. Процесс изучения дисциплины «Дифференциальная геометрия» направлен на формирование элементов следующих **компетенций** в соответствии с ФГОС ВО РФ, ГОС ВО ДНР (проект) по направлению подготовки 01.03.01 Математика и основной профессиональной образовательной программы высшего образования направления подготовки 01.03.01 Математика, профиля: «Математика»:

Универсальные компетенции (УК):	
Наименование категории (группы) универсальных компетенций: «Системное и критическое мышление»	
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
Общепрофессиональные компетенции (ПК):	
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Индикаторы достижения компетенций и результаты обучения. Достижение компетенций оценивается на основе таких индикаторов и соответствующих им результатов обучения:

Категории универсальных компетенций	Универсальные компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
Системное и критическое мышление	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.И-1. Анализирует источник информации с позиции системного подхода.	Умеет осуществлять поиск информации для решения задач.
			Умеет анализировать начальные данные задач.
			Владеет основами знаний курса математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциальных уравнений
		УК-1.И-2. Аргументировано формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение, определяет практические последствия предложенного решения задачи.	Умеет находить рациональное решение задач по теории чисел.
			Умеет формулировать собственные суждения, которые основаны на основных положениях дифференциальной геометрии.
			Умеет составлять алгоритм для решения задач по дифференциальной геометрии.

Общепрофессиональные компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1. И-1. Применяет фундаментальные математические знания в профессиональной деятельности.	Знает способы задания кривых и поверхностей
		Знает теоремы о представлении кривой и поверхности в окрестности обыкновенной точки
		Знает основные теоремы теории кривых и теории поверхностей
		Знает понятия репера Френе, формулы Френе, классификацию кривых на основе инвариантов.
		Знает типы особых точек плоских аналитических кривых, эволюту и эвольвенты

		плоских кривых.
		Знает первую и вторую квадратичные формы на поверхности.
		Знает определение нормальной и геодезической кривизны в данной точке поверхности, теоремы о геодезических линиях.
		Знает теоремы об изометрических поверхностях, свойства поверхностей с постоянной полной кривизной.
		Умеет составлять алгоритм решения задач, связанных с дифференциальной геометрией.
		Умеет применять теоретический материал для решения задач дифференциальной геометрии.
	ОПК-1. И-2. Применяет основные определения и теоремы дифференциальной геометрии для решения задач.	Умеет задавать кривую и поверхность явно, неявно и в параметрическом виде.
		Умеет находить длины кривых и переходить к натуральной параметризации.
		Умеет вычислять кривизну и кручение пространственной кривой.
		Умеет определять уравнения элементов трехгранника Френе.
		Умеет вычислять первую и вторую квадратичные формы поверхности.
		Умеет находить углы между кривыми и площадь куска поверхности.
		Умеет определять главные направления и вычислять главные кривизны поверхности.
		Умеет проводить классификацию типов точек на поверхности.
		Умеет вычислять геодезические кривизны линий на поверхности.
		Умеет исследовать геодезические линии на поверхности.
		Умеет проводить классификацию поверхностей на основе инвариантов.
		Умеет исследовать свойства изометрических поверхностей.
		Владеет навыками применения частных производных вектор-функции к исследованию свойств кривых и поверхностей

4. ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Дифференциальная геометрия» предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельную работу студентов.

Материал излагается с использованием объяснительно-иллюстративных и эвристических методов преподавания. При проведении лекций и практических занятий используются раздаточные материалы.

В учебном процессе широко применяются активные формы проведения занятий (разбор конкретных ситуаций, дискуссия), внеаудиторная самостоятельная работа, балльно-рейтинговая система оценки успеваемости, личностно-ориентированное обучение, проблемное обучение. В учебном процессе используются интернет-ресурсы по данному

курсу; рассматриваются задачи, максимально приближенные к конкретным практическим ситуациям, тесты, самостоятельная работа; модульные контрольные работы.

Самостоятельная работа студентов предусматривает подготовку к практическим занятиям, подготовку конспектов по отдельным вопросам изучаемых тем, изучение учебной и методической литературы.

Тематический план «Дифференциальная геометрия»

Темы	Вопросы темы
Содержательный модуль 1. Теория кривых	
Тема 1. Первоначальные сведения о кривых на плоскости.	Способы задания кривой на плоскости. Обыкновенные и особые точки на кривой. Строение кривой вблизи обыкновенной точки. Строение кривой вблизи особой точки. Основные факты.
Тема 2. Вектор-функция одной переменной	Определение и вектор-функции. Предел вектор-функции. Непрерывность вектор-функции. Дифференцируемость вектор-функции. Ряд Тейлора для вектор-функции. Интегрируемость вектор-функции. Касательная к кривой. Уравнения касательной. Длина кривой. Естественная (натуральная) параметризация кривой. Бирегулярные кривые.
Тема 3. Сопровождающий трехгранник. Формулы Френе.	Соприкасающаяся плоскость и ее уравнение. Сопровождающий трехгранник (трёхгранник Френе) и его элементы. Формулы Френе для пространственной кривой.
Тема 4. Кривизна и кручение кривой. Основная теорема теории кривых. Классификация кривых.	Кривизна и кручение пространственной кривой. Основные формулы для вычисления кривизны и кручения. Натуральные уравнения пространственных кривых. Основная теорема теории кривых. Классификация кривых по их натуральным уравнениям.
Тема 5. Исследование плоских кривых	Касание кривых. Соприкосновение плоских кривых. Соприкасающаяся окружность. Эволюты и эвольвенты плоских кривых. Огибающая семейства кривых. Асимптоты. Асимптоты алгебраических кривых. Строение кривой в окрестности произвольной точки
Содержательный модуль 2. Теория поверхностей	
Тема 6. Первоначальные сведения по теории поверхностей	Основные способы задания поверхностей. Задание поверхности в виде вектор-функции двух переменных. Обыкновенные и особые точки поверхности. Кривые на поверхности. Координатные линии на поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
Тема 7. Первая и вторая квадратичные формы на поверхности.	Понятие о первой квадратичной форме на поверхности. Измерение длин, углов и площадей на поверхности. Понятие изометрии. Изометричные поверхности. Вторая квадратичная форма на поверхности
Тема 8. Кривизна кривой и поверхности	Основная формула для кривизны кривой на поверхности. Нормальная кривизна кривой и геодезическая кривизна кривой. Нормальная кривизна поверхности в данном направлении. Главные кривизны и главные направления. Теорема Родрига. Формула Эйлера. Индикатриса Дюпена.
Тема 9. Классификация точек на поверхности.	Гауссова и средняя кривизна поверхности. Эллиптические, гиперболические и параболические точки. Основная теорема теории поверхностей.
Тема 10. Классификация линий на поверхности.	Линии кривизны. Асимптотические линии. Геодезические линии. Кратчайшие линии на поверхности

Структура дисциплины «Дифференциальная геометрия» по видам учебной деятельности

Названия содержательных модулей и тем	Количество часов							
	Очная форма обучения				Заочная форма обучения			
	Всего	В т.ч.			Всего	В т.ч.		
		Лекции	Практические	Самостоятельная работа		Лекции	Практические	Самостоятельная работа
Содержательный модуль 1. Теория кривых								
Тема 1. Первоначальные сведения о кривых на плоскости.	12	3	3	6				
Тема 2. Вектор-функция одной переменной	16	4	4	8				
Тема 3. Сопровождающий трехгранник. Формулы Френе.	16	4	4	8				
Тема 4. Кривизна и кручение кривой. Основная теорема теории кривых. Классификация кривых.	12	3	3	6				
Тема 5. Исследование плоских кривых	16	4	4	8				
Итого по содержательному модулю 1	72	18	18	36				
Содержательный модуль 2. Теория поверхностей								
Тема 6. Первоначальные сведения по теории поверхностей	12	3	3	6				
Тема 7. Первая и вторая квадратичные формы на поверхности.	16	4	4	8				
Тема 8. Кривизна кривой и поверхности	16	4	4	8				
Тема 9. Классификация точек на поверхности.	12	3	3	6				
Тема 10. Классификация линий на поверхности.	16	4	4	8				
Итого по содержательному модулю 2	72	18	18	36				
Всего часов	144	36	36	72				

5. ТЕМАТИКА ЛЕКЦИОННЫХ, ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Темы лекционных занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов
		Очная форма
1.	Первоначальные сведения о кривых на плоскости и в пространстве. История развития понятия «кривая»	3
2.	Вектор-функция одной переменной (определение, предел, непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость)	4
3.	Сопровождающий трехгранник (касательная, бинормаль, главная нормаль). Формулы Френе	4
4.	Кривизна и кручение кривой. Основная теорема теории кривых. Классификация кривых	3
5.	Исследование плоских кривых (особые точки, асимптоты, эволюты, эвольвенты)	4

6.	Первоначальные сведения теории поверхностей (способы задания, регулярные поверхности, касательная плоскость, нормаль)	3
7.	Первая и вторая квадратичные формы поверхности (метрические измерения на поверхности, отклонение точек, лежащих на поверхности от касательной плоскости)	4
8.	Кривизна кривой на поверхности. Индикатриса Дюпена	4
9.	Классификация точек на поверхности. Три типа точек	3
10.	Классификация линий на поверхности (геодезические, кратчайшие).	4
Всего		36

Тексты лекций приведены в: электронный УМКД на кафедре высшей математики и методики преподавания математики; **Moodle** <http://dl-test.donnu-support.ru/course/view.php?id=733>

Темы практических занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов
		Очная форма
1.	Первоначальные сведения о кривых на плоскости.	3
2.	Вектор-функция одной переменной	4
3.	Сопровождающий трехгранник. Формулы Френе.	4
4.	Кривизна и кручение кривой. Классификация кривых.	3
5.	Исследование плоских кривых	4
6.	Первоначальные сведения теории поверхностей	3
7.	Первая и вторая квадратичные формы поверхности.	4
8.	Кривизна кривой и поверхности	4
9.	Классификация точек на поверхности.	3
10.	Классификация линий на поверхности.	4
Всего		36

Содержание практических работ и методические рекомендации к их выполнению приведены в: электронный УМКД на кафедре высшей математики и методики преподавания математики; **Moodle** <http://dl-test.donnu-support.ru/course/view.php?id=733>

6. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

№ п/п	Название темы	Количество часов
		Очная форма
1.	Первоначальные сведения о кривых на плоскости и в пространстве. История трансформации определения кривой.	6
2.	Вектор-функция одной переменной. Регулярные кривые и способы их задания.	8
3.	Сопровождающий трехгранник. Формулы Френе. «Кривая» Пеано.	8
4.	Кривизна и кручение кривой. Классификация кривых. Кривые с постоянным отношением кривизны и кручения.	6
5.	Исследование плоских кривых. Кривые в механике. Узлы. Полином Александра. Кривые в n-мерном евклидовом пространстве.	8
6.	Первоначальные сведения теории поверхностей. Поверхности 2-го порядка. Линейчатые поверхности. Поверхности вращения.	6
7.	Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Минимальные поверхности. Измерения на поверхности.	8
8.	Кривизна кривой на поверхности. Исследование геодезических и кратчайших на поверхности.	8
9.	Классификация точек на поверхности. Связь типа точек на поверхности с видом индикатрисы Дюпена.	6

10.	Классификация линий на поверхности.	8
Всего		72

Содержание СРС по темам и методические рекомендации по ее выполнению приведены в: электронный УМКД на кафедре высшей математики и методики преподавания математики; **Moodle** <http://dl-test.donnu-support.ru/course/view?id=733>.

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1. Могут ли различные параметрические уравнения определять одну и ту же кривую?
2. Следует ли из непрерывности вектор-функции непрерывность ее координатных функций?
3. Следует ли из дифференцируемости вектор-функции дифференцируемость ее координатных функций?
4. Вытекает ли дифференцируемость вектор-функции из дифференцируемости ее модуля? Почему?
5. Является ли условие регулярности кривой достаточным условием существования касательной?
6. Каков геометрический смысл: а) кривизны; б) модуля кручения кривой?
7. Зависит ли кручение кривой от ее параметризации? Почему?
8. Будет ли кривая плоской, у которой в каждой точке кручение равно нулю, а в одной точке кручение неопределено? Почему?
9. Можно ли по кривизне кривой определить, является ли она отрезком прямой?
10. Что можно сказать о кривизнах в соответствующих точках подобных кривых?
11. Какие значения может принимать натуральный параметр на окружности радиуса 4?
12. Существует ли базис Френе в точках прямой?
13. Изменяется ли при переходе к новой параметризации в произвольной точке регулярной кривой вектор скорости?
14. Будет ли кривая $\vec{r} = \vec{r}(t)$ бирегулярной, если $\vec{r}'$ и $\vec{r}''$ ненулевые векторы? Почему?
15. Как расположены вектор скорости и вектор ускорения в произвольной точке, если параметр на кривой натуральный?
16. Существует ли базис Френе в точках регулярной кривой? Почему?
17. Может ли кривизна быть равной нулю в одной точке кривой?
18. Для каких кривых можно построить базис Френе? Почему?
19. Какие существуют способы задания поверхностей?
20. Можно ли параметрическими уравнениями задать полностью всю сферу?
21. Каков геометрический смысл векторов: а) $\vec{r}_u$ и $\vec{r}_v$? б) $\vec{r}_u \times \vec{r}_v$?
22. Могут ли две координатные линии касаться друг друга в некоторой точке регулярной кривой?
23. Какие кривые являются координатными линиями на плоскости: а) в декартовой системе координат? б) в полярной системе координат?
24. Меняются ли при замене параметров на поверхности координатные линии.
25. Каков геометрический смысл вектора $d\vec{r} = \vec{r}_u du + \vec{r}_v dv$?
26. Каков геометрический смысл значений первой квадратичной формы на поверхности?
27. По каким формулам можно вычислить длину кривой на поверхности, угол между линиями на поверхности?
28. Меняется ли при замене криволинейных координат на поверхности: а) первая квадратичная форма поверхности? б) площадь поверхности? в) нормальный вектор к поверхности?
29. Каков геометрический смысл: а) значений второй квадратичной формы? б) модуля нормальной кривизны?
30. Дать определение главных кривизн и главных направлений на поверхности.
31. Может ли в точке поверхности быть ровно три главных направления?
32. Какой геометрический смысл имеет знак гауссовой кривизны?
33. Дать определение изометричных поверхностей.

34. Дать определение индикатрисы Дюпена.
35. Может ли индикатрисой Дюпена быть: а) парабола? б) окружность?
36. Является ли сфера минимальной поверхностью? Почему?
37. Две поверхности имеют одинаковые гауссовы кривизны в соответствующих точках. Являются ли они изометричными?
38. Изометричны ли локально сфера и плоскость?
39. Изменяется ли при изгибании поверхности: а) ее гауссова кривизна? б) вторая квадратичная форма? в) эйлерова кривизна?
40. Дать одно из определений геодезической линии на поверхности.
41. Какие кривые являются геодезическими: а) на сфере? б) на плоскости? в) цилиндре?
42. Сколько существует геодезических проходящих: а) через данную точку поверхности? б) через данную точку поверхности в данном направлении? в) через две точки поверхности?
43. Могут ли две геодезические касаться друг друга?
44. Сохраняется ли при изгибании поверхности свойство кривой быть геодезической?
45. Является кратчайшая линия геодезической?
46. Всякая ли геодезическая линия является кратчайшей?
47. Сформулировать основную теорему теории поверхностей.

8. ОБРАЗЕЦ ЗАДАНИЯ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Образовательная программа:	бакалавриат
Направление подготовки:	01.03.01 Математика
Профиль:	Математика
Очная форма обучения.	3 семестр
Учебная дисциплина	Дифференциальная геометрия

МОДУЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

ВАРИАНТ №1

Вопросы по 2 балла	Найдите кручение эллипса.
	В каждой ли точке регулярной кривой можно провести касательную. Почему?
	Какие значения принимает натуральный параметр на окружности радиуса 4?
	Что можно сказать о кривизнах в соответствующих точках подобных кривых?
Вопросы по 5 баллов	Вектор-функция одной переменной (определение) Предел вектор-функции. Свойства пределов вектор-функции.
	Доказать, что отрезок имеет минимальную длину среди всех кривых, которые соединяют его концы.
Вопросы по 7 баллов	Дана кривая: $\vec{r} = (\sqrt{2}t + 1; e^{t-1}; e^{-t+1})$. а) является ли кривая регулярной в естественной области определения; б) найдите или оцените длину данной кривой или ее какого-то куска. в) составьте уравнения элементов трехгранника Френе в точке $(\sqrt{2} + 1; 1; 1)$; г) вычислите кручение данной кривой.

Утверждено на заседании кафедры высшей математики и методики преподавания математики, протокол № ____ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой
Экзаменатор

Е.И. Скафа
А.В. Мазнев

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Образовательная программа: **бакалавриат**
 Направление подготовки: **01.03.01 Математика**
 Профиль: **Математика**
 Очная форма обучения: **3 семестр**
 Учебная дисциплина: **Дифференциальная геометрия**

МОДУЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

ВАРИАНТ №1

Вопросы по 2 балла	Дать определение простого куска поверхности
	Дать определение главных кривизн и главных направлений
	Дать определение координатных линий на поверхности
	Сформулировать основную теорему теории поверхностей.
Вопросы по 5 баллов	Докажите, что геодезическими на сфере являются дуги больших окружностей.
	Дана поверхность $\vec{r} = \{v \sin u; v + 2; v \cos u\}$
	Составьте уравнение нормали в точке с координатами $(\pi / 2; 1)$
Вопросы по 7 баллов	Вывести формулу для геодезической кривизны $k_a = \frac{\sqrt{EG - F^2}}{(Eu'^2 + 2Fu'v' + Gv'^2)^{3/2}} ((A + u'')v' - (B + v'')u').$

Утверждено на заседании кафедры высшей математики и методики преподавания математики, протокол № ____ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой
 Экзаменатор

 Е.И. Скафа
 А.В. Мазнев

9. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	Всего
Количество баллов	2	2	2	2	5	5	7	25

10. ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Образовательная программа: **бакалавриат**
 Направление подготовки: **01.03.01 Математика**
 Профиль: **Математика**
 Очная форма обучения: **3 семестр**
 Учебная дисциплина: **Дифференциальная геометрия**

БИЛЕТ №1

- Вторая квадратичная форма поверхности.
- Верно ли, что $\vec{r}^2(t) = \text{const.}$ тогда и только тогда, когда $\vec{r}(t) \perp \vec{r}'(t)$?

3. Существует ли функция обратная к функции $s = \int_0^t |\vec{r}'(\tau)| d\tau$, если кривая $\vec{r} = \vec{r}(t)$ регулярна?
4. Что можно сказать о кручении в соответствующих точках подобных кривых?
5. Докажите, что кривая является винтовой линией, если ее кривизна равна 3, а кручение равно 5.
6. Дана поверхность $\vec{r} = \{(u-1)\sin 2v; (u-1)\cos 2v; u\}$
- Упростите уравнение поверхности с помощью замены координат.
 - Найдите угол между координатными линиями.
 - Укажите одну из главных кривизн в произвольной точке поверхности.
 - Изометрична ли поверхность сфере?
7. Верно ли, что всякая геодезическая соединяющая две точки сферы является кратчайшей?
8. Найдите линии кривизны геликоида.

Утверждено на заседании кафедры высшей математики и методики преподавания математики, протокол № ____ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой
Экзаменатор

Е.И. Скафа
А.В. Мазнев

11. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО ЗАДАНИЯ

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Количество баллов	20	5	5	5	10	25	5	20	100

12. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Самостоятельная работа оценивается в 30 баллов. В разрезе отдельных тем оценивание осуществляется следующим образом.

Оценивание СРС по дисциплине «Дифференциальная геометрия»

Названия содержательных модулей и тем	СРС
Содержательный модуль 1. Теория кривых	
Первоначальные сведения о кривых на плоскости и в пространстве. История трансформации определения кривой.	3
Вектор-функция одной переменной. Регулярные кривые и способы их задания.	3
Сопровождающий трехгранник. Формулы Френе. «Кривая» Пеано.	3
Кривизна и кручение кривой. Классификация кривых. Кривые с постоянным отношением кривизны и кручения.	3
Исследование плоских кривых. Кривые в механике. Узлы. Полином Александера. Кривые в n-мерном евклидовом пространстве.	3
Итого по 1-му содержательному модулю	15
Содержательный модуль 2. Теория поверхностей	
Первоначальные сведения теории поверхностей. Поверхности 2-го порядка. Линейчатые поверхности. Поверхности вращения.	3
Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Минимальные поверхности. Измерения на поверхности.	3
Кривизна кривой на поверхности. Исследование геодезических и кратчайших на поверхности.	3
Классификация точек на поверхности. Связь типа точек на поверхности с видом индикатрисы Дюпена.	3

Классификация линий на поверхности.	3
Итого по 2-му содержательному модулю	15
Всего баллов	30

13. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОБЩЕЙ УСПЕВАЕМОСТИ

Общая оценка знаний студентов по дисциплине проводится по 100-балльной шкале согласно таким критериям, приведенным в таблице ниже. *Организационно-учебная работа студента* в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (вопросы лектору по теме лекционного материала, участие в обсуждении пройденного материала, решение задач и ситуаций у доски и т.п.).

Содержательные модули	Вид работы	Баллы
Содержательный модуль 1	Организационно-учебная работа студента в аудитории	10
	Самостоятельная работа	15
	Модульная контрольная работа №1	25
	Итого	50
Содержательный модуль 2	Организационно-учебная работа студента в аудитории	10
	Самостоятельная работа	15
	Модульная контрольная работа №2	25
	Итого	50
Экзамен		100
Общий итог		100

Порядок оценивания учебных достижений обучающихся

Оценка по шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по государственной шкале (экзамен, дифференцированный зачет)	Оценка по государственной шкале (зачет)
A	90-100	5 (отлично)	зачтено
B	80-89	4 (хорошо)	зачтено
C	75-79	4 (хорошо)	зачтено
D	70-74	3 (удовлетворительно)	зачтено
E	60-69	3 (удовлетворительно)	зачтено
FX	35-59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи	не зачтено
F	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

14. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в главном (г. Донецк, пр. Гурова, д. 6) корпусе университета. Для проведения лекционных и практических занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-

методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете главного корпуса (ауд. 505, 701, 705).

В процессе обучения студенты имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине «Дифференциальная геометрия», размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ГОУ ВПО «ДонНУ».

15. РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

№ п/п	Наименование	Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ	Наличие электронной версии в ЭБС
<i>Основная литература</i>			
1.	Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии. Учебник. Изд. 5-е, испр. / П.К. Рашевский . – М. : Изд-во ЛКИ, 2008. – 432 с.		+
2.	Феденко А.С. Сборник задач по дифференциальной геометрии / А.С. Феденко – М. : Из-во «Наука», 1979. – 272 с.		+
3.	Методические указания для проведения практических занятий по курсу «Дифференциальной геометрии и топологии» (Теория кривых и теория поверхностей). Составители: Н.В. Коваленко, А.В. Мазнев. – Донецк : ДонНУ. – 2017. - 151 с.		+
4.	Методические указания по курсу «Дифференциальной геометрии и топологии» (для студентов ОУ «Бакалавр» заочной формы обучения). Составители: Н.В. Коваленко, А.В. Мазнев, А.А. Лобунцова. – Донецк : ДонНУ. – 2018. – 70 с.		+
<i>Дополнительная литература</i>			
5.	Бюшгенс С.С. Дифференциальная геометрия. Учебник. Изд. 3-е. – М. : Изд-во ЛКИ, 2008. – 304 с.		+
6.	Погорелов А.В. Геометрия. Учебное пособие для вузов. – 2-е изд.– М. : Наука, 1984. – 288 с.		+

16. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. <http://dl-test.donnu-support.ru/course/view.php?id=733> – ссылка на курс «Дифференциальная геометрия» в системе Moodle
2. www.exponenta.ru – Образовательный математический сайт Exponenta.
3. www.lib.mexmat.ru/books/41 – электронная библиотека механико-математического факультета МГУ.

17. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Использование программного обеспечения не предусмотрено.

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры _____ без изменений на 202____ год. Протокол заседания кафедры № ____ от «____» _____ 202____ г.

Зав. Кафедрой

подпись

ФИО

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры _____ без изменений на 202____ год. Протокол заседания кафедры № ____ от «____» _____ 202____ г.

Зав. Кафедрой

подпись

ФИО

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры _____ без изменений на 202____ год. Протокол заседания кафедры № ____ от «____» _____ 202____ г.

Зав. Кафедрой

подпись

ФИО